



ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
**ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ  
ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΩΝ**  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ



ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ  
ΣΧΟΛΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ

# Οπτικές επικοινωνίες – κυματοδηγοί

**Διδάσκων: Τσορμπατζόγλου Ανδρέας**

# Υπολογισμός του BER (Bit Error Rate) - 1

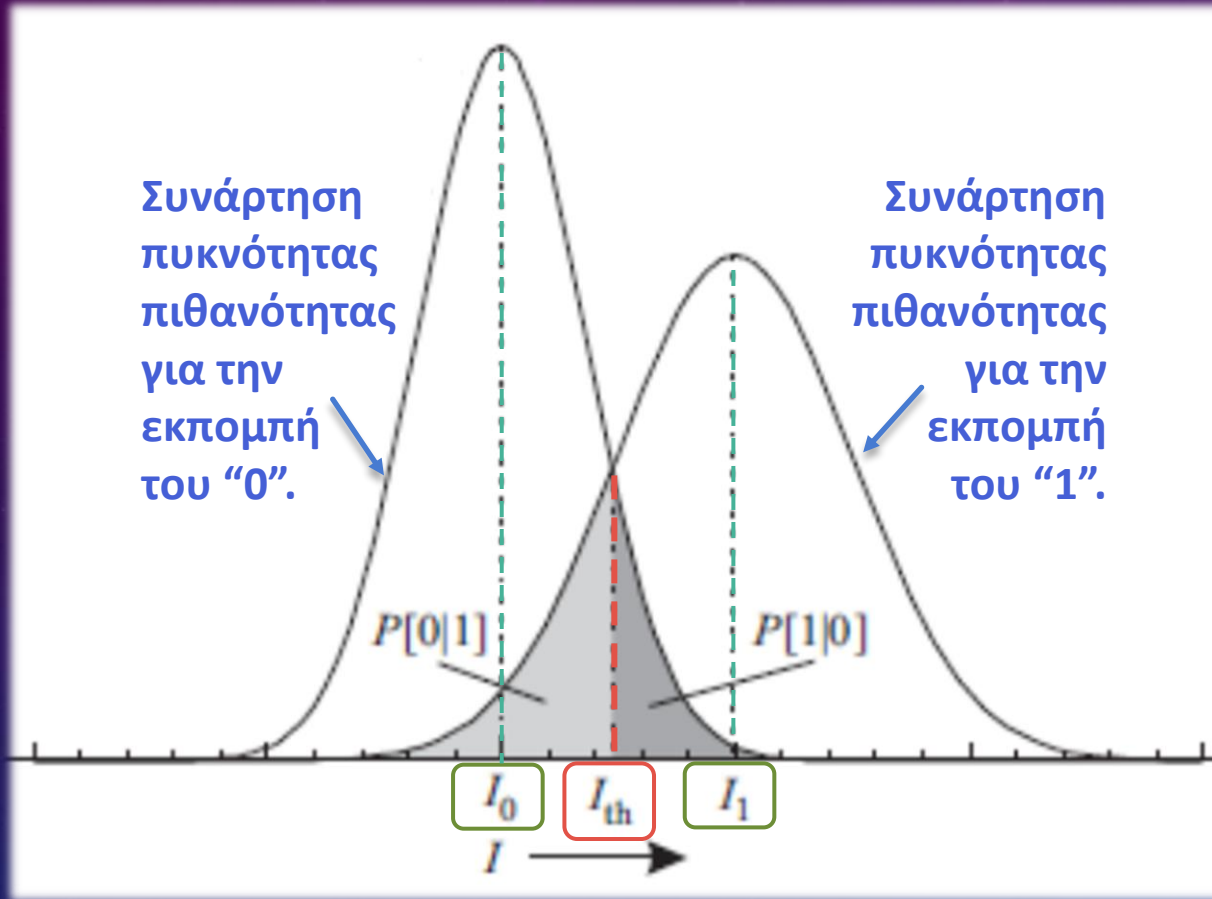
Το ποσοστό σφάλματος bit **BER** μιας μετάδοσης είναι το ποσοστό των bit που έχουν σφάλματα ως αποτέλεσμα θορύβου, παρεμβολών ή άλλων προβλημάτων. Ο ρυθμός σφάλματος bit μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της ποιότητας ενός σήματος και της σχετικής επιτυχίας της παράδοσης πακέτων.

- Παρουσία θορύβου ή προβλημάτων διασποράς, ο δέκτης μπορεί να κάνει σφάλμα.
- Θεωρούμε πως ο θόρυβος είναι Gaussian, δηλαδή ακολουθεί κατανομή που δίνεται

από την πυκνότητα πιθανότητας: 
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

- $P[i | j]$  = πιθανότητα ο **δέκτης** να αποκωδικοποιήσει  $i$  ενώ ο **πομπός** έχει στείλει  $j$ .
- Η πιθανότητα σφάλματος (δηλαδή το BER) είναι  $BER = P[1]P[0 | 1] + P[0]P[1 | 0]$ .
- Στην περίπτωση ισοπίθανων bit έχουμε  $P[0] = P[1] = \frac{1}{2}$ , επομένως  $BER = \frac{1}{2} (P[0 | 1] + P[1 | 0])$ .

# Υπολογισμός του BER (Bit Error Rate) - 2



- ❑ Πως αποφασίζει ένας δέκτης αν το bit αντιστοιχεί στο “0” ή στο “1”;
- ✓ Συγκρίνει το ρεύμα που λαμβάνεται  $I$  με μία τιμή κατωφλίου  $I_{th}$ .
- ✓ Αν  $I \geq I_{th}$ , τότε θεωρεί ότι μεταδόθηκε “1”.
- ✓ Αν  $I < I_{th}$  τότε θεωρεί ότι μεταδόθηκε “0”.

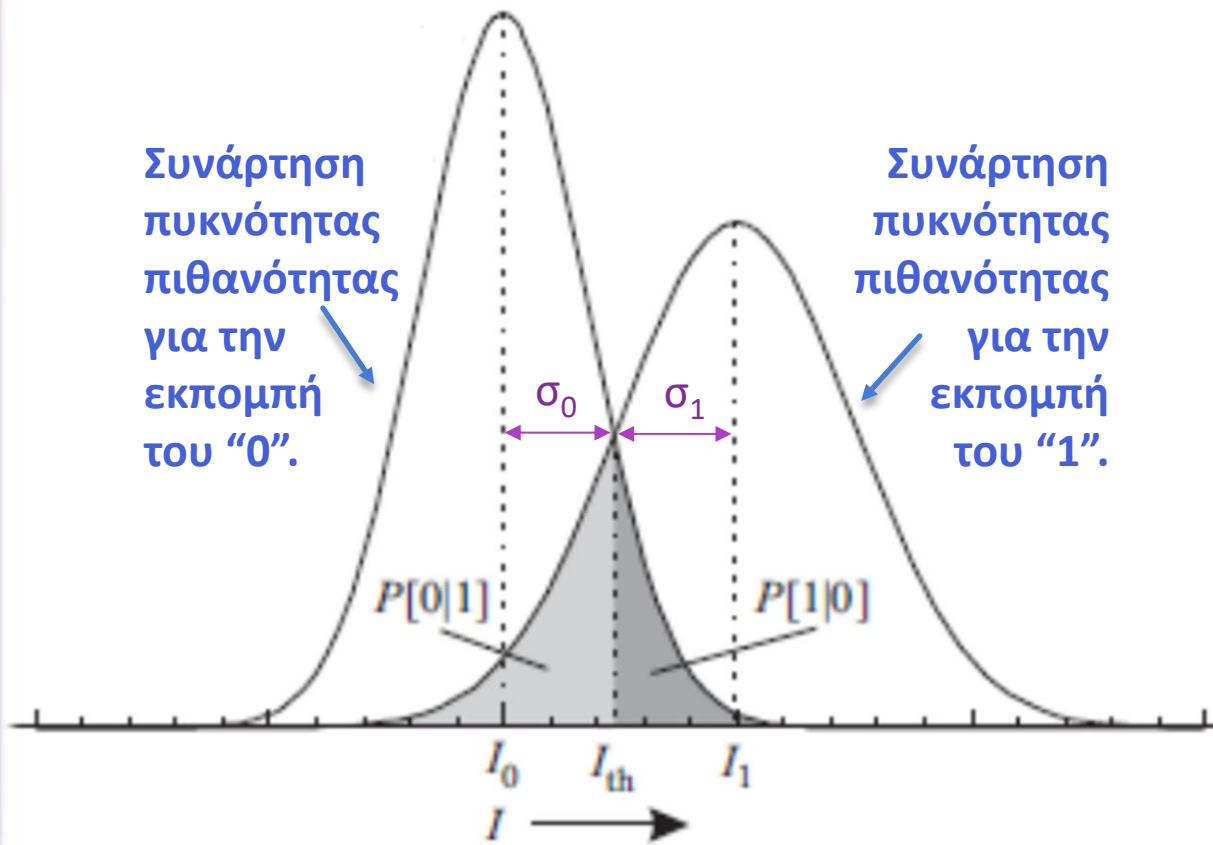
## Υπενθύμιση

Το φως μετατρέπεται σε ρεύμα από μια φωτοδίοδο. Για αυτόν τον λόγο μιλάμε για ρεύμα και όχι για φως. Όλη η ανάλυση όμως θα μπορούσε να γίνει για την ένταση του φωτός της οπτικής ίνας

$I_0$  : Η ένταση του ρεύματος που αντιστοιχεί στην κατάσταση “0”.

$I_1$  : Η ένταση του ρεύματος που αντιστοιχεί στην κατάσταση “1”.

# Υπολογισμός του BER (Bit Error Rate) - 3



$P[0|1]$  = πιθανότητα ο δέκτης να αποκωδικοποιήσει 0 ενώ ο πομπός έχει στείλει 1.

$P[1|0]$  = πιθανότητα ο δέκτης να αποκωδικοποιήσει 1 ενώ ο πομπός έχει στείλει 0.

$$P[0|1] = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{I_{th}} dx e^{-(x-I_1)^2/(2\sigma_1^2)} = Q\left(\frac{I_1 - I_{th}}{\sigma_1}\right)$$

$$P[1|0] = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \int_{I_{th}}^{+\infty} dx e^{-(x-I_0)^2/(2\sigma_0^2)} = Q\left(\frac{I_{th} - I_0}{\sigma_0}\right)$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} dy e^{-y^2/2}$$

$$\text{BER} = \frac{1}{2} (P[0|1] + P[1|0])$$



## Βέλτιστο κατώφλι ( $I_{opt}$ )

- Η βέλτιστη επιλογή  $I_{opt}$  για την ένταση κατωφλίου  $I_{th}$  θεωρείται αυτή για την οποία το BER γίνεται ελάχιστο.
- Για να βρούμε το  $I_{opt}$ , υπολογίζουμε την παράγωγο του BER ως προς το  $I_{th}$  και την εξισώνουμε με μηδέν. Μετά λύνουμε ως προς  $I_{th}$ .

$$P[0|1] = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{I_{th}} dx e^{-(x-I_1)^2/(2\sigma_1^2)} = Q\left(\frac{I_1 - I_{th}}{\sigma_1}\right)$$

$$P[1|0] = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \int_{I_{th}}^{+\infty} dx e^{-(x-I_0)^2/(2\sigma_0^2)} = Q\left(\frac{I_{th} - I_0}{\sigma_0}\right)$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} dy e^{-y^2/2}$$

$$BER = \frac{1}{2} (P[0|1] + P[1|0])$$

$$\frac{dBER}{dI_{th}} = 0$$

$$I_{opt} = \frac{\sigma_0 I_1 + \sigma_1 I_0}{\sigma_1 + \sigma_0}$$

$$BER_{opt} = Q\left(\frac{I_1 - I_0}{\sigma_1 + \sigma_0}\right)$$

# Ευαισθησία του δέκτη

Ορίζουμε ως **ευαισθησία** του δέκτη τη μέση ισχύ ανά bit που πρέπει να λάβει ώστε να πετύχει πιθανότητα σφάλματος  $BER_{opt}$ .

**Πρέπει να συσχετίσω την ισχύ που εκπέμπεται για κάθε bit με το  $BER_t$ .**

- Πόση ισχύς χρειάζεται ώστε να πετύχουμε μία ορισμένη πιθανότητα σφάλματος  $BER_t$ ;
- Έστω ότι  $BER_t = Q(\gamma)$ . Π.χ. για  $BER_t = 10^{-12}$  έχουμε  $\gamma \cong 7$  και για  $BER_t = 10^{-9}$  έχουμε  $\gamma \cong 6$ .
- Αν  $R$  είναι ένα μέγεθος που ονομάζεται αποκρισιμότητα και θεωρήσουμε πως  $P_0 = 0$  (δηλαδή η ισχύς που λαμβάνεται όταν μεταδίδουμε "0" είναι ίση με 0), τότε:
  - $I_0 = RP_0 = 0$
  - $I_1 = RP_1$
  - $\gamma = (I_1 - I_0) / (\sigma_1 + \sigma_0) = I_1 / (\sigma_1 + \sigma_0)$ .
  - Η μέση ισχύς είναι  $P_{avg} = P_1 / 2$ .
  - $P_{avg} = (\sigma_0 + \sigma_1) \gamma / (2R)$ . ←

**ευαισθησία  
του δέκτη**

$$BER_{opt} = Q\left(\frac{I_1 - I_0}{\sigma_1 + \sigma_0}\right)$$

$$\text{Έστω } \gamma = \frac{I_1 - I_0}{\sigma_1 + \sigma_0}$$

# Κώδικες Διόρθωσης και Ανίχνευσης Σφαλμάτων - 1

## Πώς ανιχνεύουμε τα σφάλματα;

Με την χρήση **πλεονασμού** (επιπλέον bit). Στις τεχνικές πλεονασμού, προσθέτουμε επιπλέον πληροφορία που είναι γνωστή εκ των προτέρων στα δεδομένα που μεταδίδονται. Αυτή η πρόσθετη πληροφορία χρησιμοποιείται στον παραλήπτη για να ανιχνεύσει ή ακόμα και να διορθώσει τυχόν σφάλματα που μπορεί να προκύψουν κατά τη μετάδοση.

- Ένα πρότυπο ανίχνευσης και διόρθωσης σφαλμάτων που χρησιμοποιεί πλεονασμό είναι το Forward Error Correction (FEC): διόρθωση σφαλμάτων στο δέκτη.
- Στην περίπτωση του SONET (Synchronous Optical Network) και του SDH (Synchronous Digital Hierarchy) αλλά και άλλων δικτύων επικοινωνιών χρησιμοποιώ το RS-FEC που χρησιμοποιεί κώδικες Reed-Solomon για τη δημιουργία επιπλέον πληροφορίας (redundant bits).



# Κώδικες Διόρθωσης και Ανίχνευσης Σφαλμάτων - 2

Αντί για διόρθωση των σφαλμάτων μπορώ να χρησιμοποιήσω την τεχνική Automatic Repeat reQuest (ARQ) όπου ο παραλήπτης ζητάει την εκ νέου αποστολή των δεδομένων:

- **Μετάδοση δεδομένων:** Ο αποστολέας στέλνει τα δεδομένα στον παραλήπτη.
- **Ανίχνευση σφαλμάτων:** Ο παραλήπτης ελέγχει τα δεδομένα για την ανίχνευση ενδεχόμενων σφαλμάτων, χρησιμοποιώντας ελέγχους σφαλμάτων όπως τον κωδικό ανίχνευσης σφαλμάτων (CRC).
- **Αναφορά σφάλματος:** Αν εντοπιστεί κάποιο σφάλμα, ο παραλήπτης στέλνει ένα μήνυμα επιστροφής στον αποστολέα για να τον ενημερώσει ότι υπάρχει σφάλμα στη μετάδοση.
- **Επανάληψη (Retransmission):** Ο αποστολέας επαναλαμβάνει την αποστολή των δεδομένων που προκάλεσαν το σφάλμα.

Η ARQ χρησιμοποιείται σε πολλά πρωτόκολλα επικοινωνίας, συμπεριλαμβανομένων των πρωτοκόλλων TCP (Transmission Control Protocol) στο διαδίκτυο.



# Forward Error Correction - FEC

- Το FEC χρησιμοποιείται για μείωση του BER, κάτι που είναι σημαντικό για τα οπτικά συστήματα που πρέπει να λειτουργούν με πιθανότητες σφάλματος  $10^{-12}$ .
- Το FEC συνήθως δεν χρειάζεται σε απλά συστήματα ή σε συστήματα WDM με μεγάλη φασματική απόσταση.
- Ωστόσο σε συστήματα WDM με μικρή φασματική απόσταση η χρήση FEC είναι επιτακτική πολλές φορές επειδή δεν μπορούμε να αυξήσουμε την ισχύ εκπομπής για να μειώσουμε το BER (φαινόμενο μη γραμμικότητας).
- Υπόβαθρο του BER (BER floor): Πολλές φορές, η ελάχιστη τιμή του BER περιορίζεται από θορύβους όπως η διαφωνία (disparity) μεταξύ πραγματικού και κωδικοποιημένου bit.
- Το SNR της διαφωνίας δεν εξαρτάται από την ισχύ των καναλιών και επομένως δεν μπορεί να μειωθεί εύκολα.

# Power penalty (Ποινή ισχύος)

- Το power penalty (PP) είναι η επιπλέον ισχύς εκπομπής που πρέπει να εκπέμπουμε λαμβάνοντας υπόψη κάθε παράγοντα ενός συστήματος οπτικών επικοινωνιών ώστε να πετύχουμε μία τιμή στόχο για το BER.
- Το power penalty το χρησιμοποιούμε για να χαρακτηρίσουμε την σημασία κάθε παράγοντα που σχετίζεται με το σύστημα οπτικών επικοινωνιών, όπως για παράδειγμα η απόσταση μεταξύ δυο σημείων επικοινωνίας, η ποιότητα της οπτικής ίνας και άλλα.
- Εναλλακτικά μπορούμε να ορίσουμε το power penalty ως την επιβάρυνση που φέρνει ο εκάστοτε παράγοντας στο όρισμα  $\gamma$  που χρησιμοποιούμε για τον υπολογισμό του BER.
- Έστω δηλαδή ότι απουσία ενός τυχαίου παράγοντα έχουμε ισχύ λήψης  $P_1, P_0$  για τα bit “1” και “0” αντίστοιχα και ισχύ θορύβου  $\sigma_1$  και  $\sigma_0$ .
- Επίσης, παρουσία του παράγοντα έχουμε ισχύ λήψης  $P'_1, P'_0$  για τα bit “1” και “0” αντίστοιχα και ισχύ θορύβου  $\sigma'_1$  και  $\sigma'_0$ .
- Αν  $\gamma = R(P_1 - P_0)/(\sigma_1 + \sigma_0)$  και  $\gamma' = R(P'_1 - P'_0)/(\sigma'_1 + \sigma'_0)$ , τότε  $PP = -10\log_{10}(\gamma'/\gamma)$ .

# Ερωτήσεις

- Τι ορίζεται ως ποσοστό σφάλματος bit BER;
- Τι στατιστική κατανομή έχει ο θόρυβος ενός bit;
- Τι συμβολίζει η πιθανότητα  $P[i|j]$ ;
- Με ποιο κριτήριο γίνεται επιλογή του βέλτιστου ρεύματος κατωφλίου  $I_{opt}$ ;
- Τι ορίζουμε ως ευαισθησία του δέκτη;
- Με ποια τεχνική ανιχνεύω τα σφάλματα που φτάνουν στον παραλήπτη;
- Με πόσες τεχνικές μπορώ να διαχειριστώ τα σφάλματα που φτάνουν σε έναν παραλήπτη;
- Ποια είναι τα βήματα της τεχνικής Automatic Repeat reQuest (ARQ);
- Τι είναι το Power Penalty;
- Ποια η χρήση του Power Penalty σε ένα σύστημα οπτικών επικοινωνιών;