

## Άσκηση 1

Το ηλεκτρικό πεδίο ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος δίνεται από:

$$\vec{E}(z, t) = 10\cos(kz - \omega t + \pi)\hat{x}$$

1. Να εκφραστεί το κύμα σε μορφή φασιθέτη.
2. Να υπολογισθεί ο φασιθέτης του μαγνητικού πεδίου  $\dot{H}(z)$ .

## Λύση

1. Γενικά, ένα επίπεδο αρμονικό κύμα γράφεται ως:  $\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t + \varphi)\hat{x}$

Επειδή  $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i\sin(\theta)$  ισχύει ότι το πραγματικό μέρος του μιγαδικού αριθμού είναι:  $\cos \theta = \text{Re}\{e^{i\theta}\}$

το κύμα μπορεί να γραφτεί ως:  $\vec{E}(z, t) = \text{Re}\{\dot{\mathbf{E}}(z)e^{i\omega t}\}$

όπου  $\dot{\mathbf{E}}(z)$  είναι ο φασιθέτης.

Δίνεται:

$$\vec{E}(z, t) = 10\cos(kz - \omega t + \pi)\hat{x}$$

Άρα:

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re}\{10e^{i(kz + \pi)}e^{i\omega t}\hat{x}\}$$

Επομένως ο φασιθέτης είναι:

$$\dot{\mathbf{E}}(z, t) = 10e^{i(kz + \pi)}\hat{x}$$

2. Για επίπεδο ηλεκτρομαγνητικό κύμα ισχύει:

$$\dot{H}(z) = \frac{1}{\eta'}(\hat{n} \times \dot{\mathbf{E}}(z))$$

όπου:

- $\eta'$  είναι η σύνθετη αντίσταση του μέσου διάδοσης,
- $\hat{n}$  είναι η κατεύθυνση διάδοσης.

Στον ελεύθερο χώρο:  $\eta' \approx 120\pi \Omega$

Ο όρος:  $e^{ikz}$  δείχνει ότι η διάδοση γίνεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $z$ .

δείχνει διάδοση προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $z$ .

Άρα:  $\hat{n} = \hat{z}$

$$\text{Επομένως: } \dot{\mathbf{H}}(z) = \frac{1}{\eta'} (\hat{z} \times \dot{\mathbf{E}}(z, t)) = \frac{1}{\eta'} (\hat{z} \times 10e^{i(kz+\pi)} \hat{x}) = \frac{10e^{i(kz+\pi)}}{\eta'} \hat{y}$$

$$\text{Επειδή: } \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$$

$$\text{προκύπτει: } \dot{\mathbf{H}}(z) = \frac{e^{i(kz+\pi)}}{12\pi} \hat{y}$$

## Άσκηση 2

Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα με φασιθέτη ηλεκτρικού πεδίου:

$$\dot{\mathbf{E}}(z) = E_0 e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} \hat{x}$$

διαδίδεται σε μέσο με απώλειες.

$$\text{Αν: } \alpha = 0.5 \text{ Np/m}$$

$$\text{και: } \beta = 1.2 \text{ rad/m}$$

να υπολογιστεί η απόσταση  $z$  στην οποία το πλάτος του κύματος γίνεται ίσο με το 10% της αρχικής του τιμής.

## Λύση

Το πλάτος του κύματος μεταβάλλεται σύμφωνα με:  $E(z) = E_0 e^{-\alpha z}$

$$\text{Θέλουμε: } E(z) = 0.1 E_0$$

$$\text{Άρα: } E_0 e^{-\alpha z} = 0.1 E_0$$

$$\text{Διαιρώντας με } E_0: e^{-\alpha z} = 0.1$$

Παίρνουμε φυσικό λογάριθμο και στα δύο μέλη:

$$\ln(e^{-\alpha z}) = \ln(0.1) \Leftrightarrow -\alpha z = \ln(0.1) \Leftrightarrow z = \frac{-\ln(0.1)}{\alpha}$$

$$\text{Με: } \alpha = 0.5 \text{ Np/m προκύπτει: } z = \frac{-\ln(0.1)}{0.5}$$

$$\text{έχουμε: } z = \frac{2.302}{0.5} = 4.604 \text{ m}$$

Άρα το κύμα μειώνεται στο 10% της αρχικής του τιμής μετά από απόσταση περίπου:  $z \approx 4.6 \text{ m}$