

Λυμένη άσκηση

Ένα επίπεδο ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται στο κενό κατά μήκος του άξονα z. Το μαγνητικό πεδίο του κύματος δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{B}(z, t) = 7 \cdot 10^{-3} \cos(0.1z - \omega t) \hat{y}$$

Να υπολογιστούν:

1. το μήκος κύματος λ , η συχνότητα f και η γωνιακή συχνότητα ω
2. το πλάτος ταλάντωσης του ηλεκτρικού πεδίου E_0 ,
3. και να γραφεί η εξίσωση του ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}(z, t)$.

Δίνεται:

$$\vec{B} = 7 \cdot 10^{-3} \cos(0.1z - \omega t) \hat{y}$$

Άρα:

$$B_0 = 7 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$
$$k = 0.1 \text{ m}^{-1}$$

Καθώς $k=2\pi/\lambda$ έχουμε ότι $\lambda=2\pi/k$, επομένως:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0.1} \text{ m}$$

Επίσης γνωρίζουμε ότι $c=\lambda f$, άρα $f=c/\lambda$, επομένως:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{\frac{2\pi}{0.1}} = \frac{0.3 \cdot 10^8}{2\pi} \text{ Hz}$$

Για την γωνιακή ταχύτητα γνωρίζουμε ότι $\omega=2\pi f$, άρα

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{0.3 \cdot 10^8}{2\pi} = 0.3 \cdot 10^8 = 3 \cdot 10^7 \text{ rad/s}$$

Πλάτος ηλεκτρικού πεδίου:

$$E_0 = cB_0 = 3 \cdot 10^8 \cdot 7 \cdot 10^{-3}$$
$$E_0 = 2.1 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

Το κύμα διαδίδεται προς +z. Επειδή το \vec{B} ταλαντώνεται στη διεύθυνση \hat{y} , το \vec{E} πρέπει να είναι κάθετο και στη z και y, οπότε αλαντώνεται στη διεύθυνση \hat{x} .

Τελική εξίσωση ηλεκτρικού πεδίου:

$$\vec{E} = 2.1 \cdot 10^6 \cos(0.1z - 3 \cdot 10^7 t) \hat{x}$$