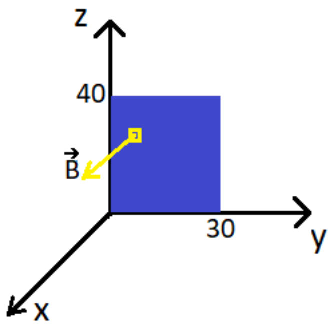
Άσκηση 1

Να υπολογισθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από την ορθογώνια επιφάνεια του σχήματος που βρίσκεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο με μαγνητική επαγωγή $\vec{B} = 3x\hat{x} + 4z^2\hat{y}$

Λύση



Η μαγνητική ροή θα δίνεται από το ολοκλήρωμα επιφάνειας

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Αντικαθιστώ τη μαγνητική επαγωγή και το διάνυσμα επιφάνειας $\overrightarrow{dS}$=dydz$\hat{x}$.

$$\Phi_B = \iint_S \left(3x\hat{x} + 4z^2\hat{y}\right) \cdot \left(dydz\hat{x}\right)$$

Κάνοντας την πράξη του εσωτερικού γινομένου παίρνω:

$\Phi_B = \iint_S 3xdydz$ που επειδή δεν ολοκληρώνω ως προς x βγαίνει έξω από το ολοκλήρωμα $\Phi_B = 3x\iint_S dydz$

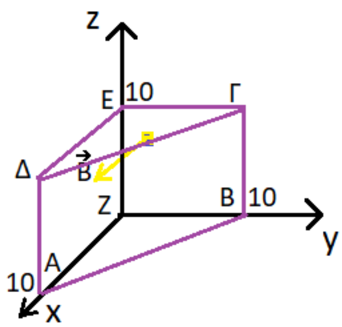
Τα όρια ολοκλήρωσης προκύπτουν από το σχήμα, οπότε:

$$\Phi_B = 3x \int_{y=0}^{30} \int_{z=0}^{40} dydz = 3x\left[y\right]_0^{30}\left[z\right]_0^{40} = 3600x \text{ T}m^2$$

Άσκηση 2

Να υπολογισθεί η μαγνητική ροή που διέρχεται από τις πλευρές του παρακάτω πρίσματος όταν η μαγνητική ροή είναι σταθερή και ίση με $\vec{B} = 40\hat{x}$

Λύση



Η μαγνητική ροή θα δίνεται από το ολοκλήρωμα επιφάνειας

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Εν προκειμένω με εξυπηρετεί να κάνω χρήση του ορισμού του εσωτερικού γινομένου

$\Phi_{\mathrm{B}} = \iint_S |\vec{\mathrm{B}}||d\vec{S}|\cos\theta$ όπου θ η γωνία μεταξύ της μαγνητικής επαγωγής και του διανύσματος $\overrightarrow{dS}$ της εκάστοτε πλευράς του πρίσματος. Πρέπει να διακρίνω 5 περιπτώσεις. Οι 3 πρώτες αφορούν τις πλευρές ΕΔΑΖ, ΕΔΓ, ΖΑΒ που το $\overrightarrow{dS}$ είναι κάθετο στο διάνυσμα της μαγνητικής επαγωγής $\vec{B}$ οπότε το cosθ=cos90º=0 και επομένως η μαγνητική ροή είναι ίση με μηδέν.

Η τέταρτη περίπτωση αφορά την πλευρά ΕΓΒΖ οπότε: cosθ=cos0=1, οπότε

$$\Phi_{\mathrm{B}} = \iint_S |\vec{\mathrm{B}}||d\vec{S}|\cos\theta = \iint_S \mathrm{B}dS = \iint_S 40dS = 40\iint_S dS = 40\times 100 = 4000Tm^2$$

Την πέμπτη περίπτωση αφορά την πλευρά ΑΒΓΔ που σχηματίζει γωνία με το διάνυσμα της μαγνητικής επαγωγής ίση με 45 μοίρες όπως προκύπτει με απλή γεωμετρία, οπότε:

$$\Phi_{\mathrm{B}} = \iint_S |\vec{\mathrm{B}}||d\vec{S}|\cos\theta = \iint_S \mathrm{B}dS\cos\theta = \iint_S \mathrm{B}dS\cos 45 = \frac{\mathrm{B}\sqrt{2}}{2}\iint_S dS$$

Το $\iint_S dS$ αφορά το εμβαδόν της πλευράς ΑΒΓΔ που είναι ορθογώνιο με μια πλευρά ίση με 10m και η άλλη είναι υποτείνουσα τριγώνου ίση με $10\sqrt{2}m$. Οπότε το εμβαδόν είναι ίσο με $100\sqrt{2}m^2$. Οπότε η ροή είναι

$$\Phi_{\mathrm{B}} = \frac{\mathrm{B}\sqrt{2}}{2}100\sqrt{2} = 40*100 = 4000\,\mathrm{T}m^2$$