

Παράδειγμα Κλειστότητας F^+

- $R = (A, B, C, G, H, I)$
 $F = \{$
 - $A \rightarrow B$
 - $A \rightarrow C$
 - $CG \rightarrow H$
 - $CG \rightarrow I$
 - $B \rightarrow H\}$
- Κάποια μέλη του F^+
 - $A \rightarrow H$
 - Μεταβατικότητα $A \rightarrow B$ και $B \rightarrow H$
 - $AG \rightarrow I$
 - Με προσαύξηση της $A \rightarrow C$ με G παίρνουμε $AG \rightarrow CG$
και με μεταβατικότητα με $CG \rightarrow I$
 - $CG \rightarrow HI$
 - Με προσαύξηση της $CG \rightarrow I$ συνάγουμε $CG \rightarrow CGI$,
και με προσαύξηση της $CG \rightarrow H$ συνάγουμε $CGI \rightarrow HI$,
και στην συνέχεια με μεταβατικότητα
 - Μπορούν να προστεθούν πολύ περισσότερες

Παράδειγμα Διαδικασίας υπολογισμού F^+

$F^+ = F$

repeat

for each functional dependency f in F^+

 apply reflexivity and augmentation rules on f

 add the resulting functional dependencies to F^+

for each pair of functional dependencies f_1 and f_2 in F^+

if f_1 and f_2 can be combined using transitivity

then add the resulting functional dependency to F^+

until F^+ does not change any further

- **NOTE:** We shall see an alternative procedure for this task later

Παράδειγμα 1 Υπολογισμού Κλειστότητας Συνόλου Γνωρισμάτων

- $R = (A, B, C, G, H, I)$
- $F = \{A \rightarrow B$
 $A \rightarrow C$
 $CG \rightarrow H$
 $CG \rightarrow I$
 $B \rightarrow H\}$
- $(A)^+$
 1. $result = A$ $(A \rightarrow A)$
 2. $result = AB$ $(A \rightarrow B)$
 3. $result = ABC$ $(A \rightarrow C)$
 4. $result = ABCH$ $(B \rightarrow H)$
- Είναι το A υποψήφιο Κλειδί ?
 Είναι το A υπερκλειδί ?
 $A \rightarrow ABCH$ αλλά δεν καθορίζει το όλο το R άρα ΔΕΝ είναι υπερκλειδί
 Και συνεπώς δεν μπορεί να είναι υποψήφιο κλειδί.

Παράδειγμα 2 Υπολογισμού Κλειστότητας Συνόλου Γνωρισμάτων

- $R = (A, B, C, G, H, I)$
- $F = \{A \rightarrow B$
 $A \rightarrow C$
 $CG \rightarrow H$
 $CG \rightarrow I$
 $B \rightarrow H\}$
- $(AG)^+$
 1. $result = AG$
 2. $result = AGB$ $(A \rightarrow B)$
 3. $result = AGBC$ $(A \rightarrow C)$
 4. $result = AGBCH$ $(CG \rightarrow H \text{ and } CG \subseteq AGBC)$
 5. $result = AGBCHI$ $(CG \rightarrow I \text{ and } CG \subseteq AGBCH)$
- Είναι το AG υποψήφιο Κλειδί ?
 Είναι το AG υπερκλειδί ?
 $AG \rightarrow AGBCHI$ δηλαδή $A \rightarrow R$ άρα είναι υπερκλειδί
 1. Είναι κάποιο υποσύνολο του AG υπερκλειδί ?
 1. $A \rightarrow R$? $((A)^+ = ABCH)$, άρα το A δεν είναι υπερκλειδί
 2. $G \rightarrow R$? $((G)^+ = G)$, άρα το G δεν είναι υπερκλειδί

Παράδειγμα Υπολογισμού Υποψήφιου Κλειδιού

- $R = (A, B, C, G, H, I)$
- $F = \{A \rightarrow B$
 $A \rightarrow C$
 $CG \rightarrow H$
 $CG \rightarrow I$
 $B \rightarrow H\}$
- $(ABCGHI)^+ = ABCGHI$ Το $ABCGHI$ είναι υπερκλειδί
- $(ABCGH)^+ = ABCGH$
- $(AB\mathbf{C}GH)^+ = ABCGHI$ ($CG \rightarrow I$) Το $ABCGH$ είναι υπερκλειδί
- $(ABCG)^+ = ABCG$
- $(AB\mathbf{C}G)^+ = ABCGH$ ($CG \rightarrow H$) ... Το $ABCG$ είναι υπερκλειδί γιατί το $ABCGH$ είναι
- $(ABC)^+ = ABC$
- $(ABC)^+ = ABCH$ ($B \rightarrow H$) Το ABC δεν είναι υπερκλειδί (το G μένει)
- $(ABG)^+ = ABG$
- $(ABG)^+ = ABCG$ ($A \rightarrow C$) Το ABG είναι υπερκλειδί γιατί το $ABCG$ είναι
- $(\mathbf{A}G)^+$ είναι (προηγούμενο παράδειγμα)
- $(G)^+ = G$ Το G δεν είναι υπερκλειδί

Παράδειγμα Υπολογισμού Κανονικού Καλύμματος

- $R = (A, B, C)$
 $F = \{A \rightarrow BC$
 $B \rightarrow C$
 $A \rightarrow B$
 $AB \rightarrow C\}$
- Πρώτο Βήμα $G = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow C, AB \rightarrow C\}$ (η δεύτερη $A \rightarrow B$ απαλείφεται)
- Είναι το A πλεονάζων στην $AB \rightarrow C$;
 - Ελέγχουμε αν το αποτέλεσμα διαγραφής του A από $AB \rightarrow C$ (δηλαδή η $SE B \rightarrow C$) συνάγεται από τις άλλες εξαρτήσεις.
 - Κάτι τέτοιο συμβαίνει γιατί το $B \rightarrow C$ υπάρχει ήδη
 - Θα έπρεπε να δείξουμε ότι ισχύει και το αντίστροφο δηλαδή αν ισχύει $B \rightarrow C$ θα ισχύει και η $AB \rightarrow C$ (συνάγεται από το ότι $AB \rightarrow B$ και $B \rightarrow C$)
 - Έτσι έχουμε $G = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C, B \rightarrow C\}$
- Υπάρχουν πλεονάζουσες SE ;
- $H A \rightarrow C$ συνάγεται από τις $A \rightarrow B$ and $B \rightarrow C$ με μεταβατικότητα
- Το ελάχιστο κάλυμμα είναι $G = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$

Έλεγχος αν ένα γνώρισμα στο αριστερό μέρος μιας ΣΕ είναι πλεονάζων

- Έστω R ένα σχήμα και F ένα σύνολο συναρτησιακών εξαρτήσεων που ισχύουν στο R . Έστω σε μια εξάρτηση $\alpha \rightarrow \beta$ το $A \in \alpha$.
- Για να ελέγχουμε αν το A είναι πλεονάζων στο α
 - Θέτουμε $\gamma = \alpha - \{A\}$. Ελέγχουμε αν το $\gamma \rightarrow \beta$ συνάγεται από το F .
 - Υπολογίζουμε το γ^+ χρησιμοποιώντας τις εξαρτήσεις στο F
 - Αν το γ^+ περιέχει όλα τα γνωρίσματα στο β τότε το A είναι πλεονάζων στο α
- Θα πρέπει να ισχύει και το αντίστροφο δηλαδή αν ισχύει το $\gamma \rightarrow \beta$ να ισχύει το $\alpha \rightarrow \beta$ το οποίο συνάγεται με επαύξηση και μεταβατικότητα.

Έλεγχος αν μια ΣΕ είναι πλεονάζουσα

- Έστω R ένα σχήμα και F ένα σύνολο συναρτησιακών εξαρτήσεων που ισχύουν στο R . Έστω $\alpha \rightarrow \beta$ μια εξάρτηση στο F .
- Για να ελέγξω αν η $\alpha \rightarrow \beta$ είναι πλεονάζουσα στο F
 - Θεωρώ το σύνολο $F' = (F - \{\alpha \rightarrow \beta\})$ και θα πρέπει η $\alpha \rightarrow \beta$ να συνάγεται από το F'
 - Μπορώ να ελέγξω αν το α^+ ως προς το F' περιέχει το β αν συμβαίνει τότε η $\alpha \rightarrow \beta$ μπορεί να αφαιρεθεί από F χωρίς να μεταβάλει την κλειστότητά του. Δηλαδή $F^+ = F'^+$

Παράδειγμα Υπολογισμού Κανονικού Καλύμματος

- Υπολογίστε ένα ελάχιστο κάλυμμά για το
 - $F = \{AB \rightarrow C, A \rightarrow D, D \rightarrow C\}$
- Όλες οι ΣΕ έχουν ένα γνώρισμα στο δεξιό μέρος. Ελέγχουμε αν μπορούμε να αφαιρέσουμε το A ή το B από την $AB \rightarrow C$.
- Για να αφαιρέσουμε το A θα πρέπει να δείξουμε ότι η $B \rightarrow C$ συνάγεται από το F. Κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει.
- Για να αφαιρέσουμε το B θα πρέπει να δείξουμε ότι η $A \rightarrow C$ συνάγεται από το F. Κάτι τέτοιο συμβαίνει (συνάγεται με μεταβατικότητα από τις $A \rightarrow D, D \rightarrow C$). Άρα ένα κάλυμμά είναι το $F1 = \{A \rightarrow C, A \rightarrow D, D \rightarrow C\}$
- Η $A \rightarrow C$ είναι πλεονάζουσα γιατί μπορεί να συναχθεί από τις $A \rightarrow D, D \rightarrow C$.
- Το ελάχιστο κάλυμμά είναι το $G = \{A \rightarrow D, D \rightarrow C\}$

Παράδειγμα Υπολογισμού Κανονικού Καλύμματος

- Υπολογίστε ένα ελάχιστο κάλυμμά για το
$$F = \{ AB \rightarrow CD, A \rightarrow C \}$$
- Κανονικοποιούμε το F σε $\{ AB \rightarrow C, AB \rightarrow D, A \rightarrow C \}$
- Εξετάζουμε αν μπορούμε να μειώσουμε την $AB \rightarrow C$. Μπορούμε να την μειώσουμε σε $A \rightarrow C$ και να την απαλείψουμε μιας και υπάρχει ήδη.
- Άρα ένα κάλυμμά είναι το $\{AB \rightarrow D, A \rightarrow C\}$ και είναι ελάχιστο