

**Συναρτησιακές Εξαρτήσεις
Κανόνες Συμπερασμού
Ισοδυναμία Συνόλων Συν Εξ
Ελάχιστα Σύνολα Συν Εξ**

Redundancy

EMP_DEPT

Ename	Ssn	Bdate	Address	Dnumber	Dname	Dmgr_ssn
Smith, John B.	123456789	1965-01-09	731 Fondren, Houston, TX	5	Research	333445555
Wong, Franklin T.	333445555	1955-12-08	638 Voss, Houston, TX	5	Research	333445555
Zelaya, Alicia J.	999887777	1968-07-19	3321 Castle, Spring, TX	4	Administration	987654321
Wallace, Jennifer S.	987654321	1941-06-20	291 Berry, Bellaire, TX	4	Administration	987654321
Narayan, Ramesh K.	666884444	1962-09-15	975 FireOak, Humble, TX	5	Research	333445555
English, Joyce A.	453453453	1972-07-31	5631 Rice, Houston, TX	5	Research	333445555
Jabbar, Ahmad V.	987987987	1969-03-29	980 Dallas, Houston, TX	4	Administration	987654321
Borg, James E.	888665555	1937-11-10	450 Stone, Houston, TX	1	Headquarters	888665555

EMP_PROJ

Ssn	Pnumber	Hours	Ename	Pname	Plocation
123456789	1	32.5	Smith, John B.	ProductX	Bellaire
123456789	2	7.5	Smith, John B.	ProductY	Sugarland
666884444	3	40.0	Narayan, Ramesh K.	ProductZ	Houston
453453453	1	20.0	English, Joyce A.	ProductX	Bellaire
453453453	2	20.0	English, Joyce A.	ProductY	Sugarland
333445555	2	10.0	Wong, Franklin T.	ProductY	Sugarland
333445555	3	10.0	Wong, Franklin T.	ProductZ	Houston
333445555	10	10.0	Wong, Franklin T.	Computerization	Stafford
333445555	20	10.0	Wong, Franklin T.	Reorganization	Houston
999887777	30	30.0	Zelaya, Alicia J.	Newbenefits	Stafford
999887777	10	10.0	Zelaya, Alicia J.	Computerization	Stafford
987987987	10	35.0	Jabbar, Ahmad V.	Computerization	Stafford
987987987	30	5.0	Jabbar, Ahmad V.	Newbenefits	Stafford
987654321	30	20.0	Wallace, Jennifer S.	Newbenefits	Stafford
987654321	20	15.0	Wallace, Jennifer S.	Reorganization	Houston
888665555	20	Null	Borg, James E.	Reorganization	Houston

(a)

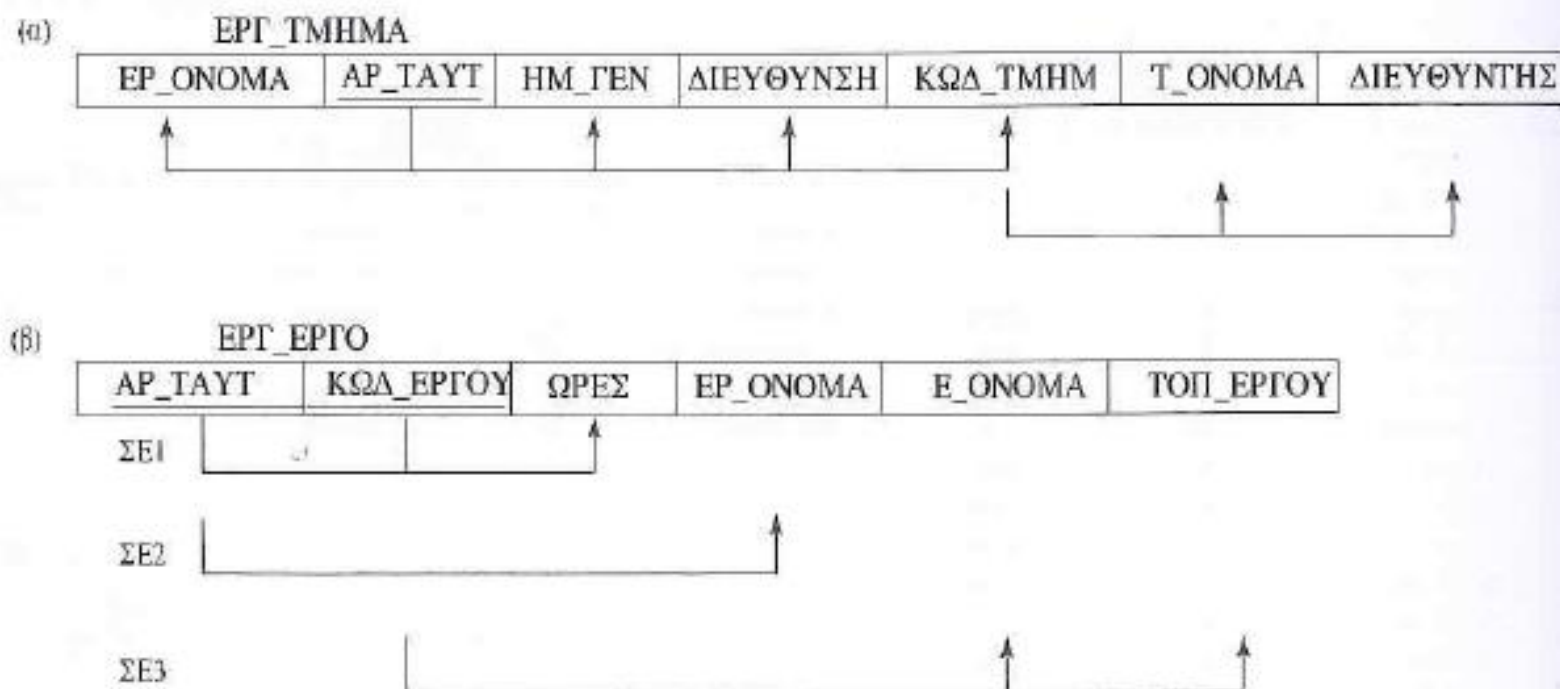
EMP_DEPT

Ename	Ssn	Bdate	Address	Dnumber	Dname	Dmgr_ssn

(b)

EMP_PROJ

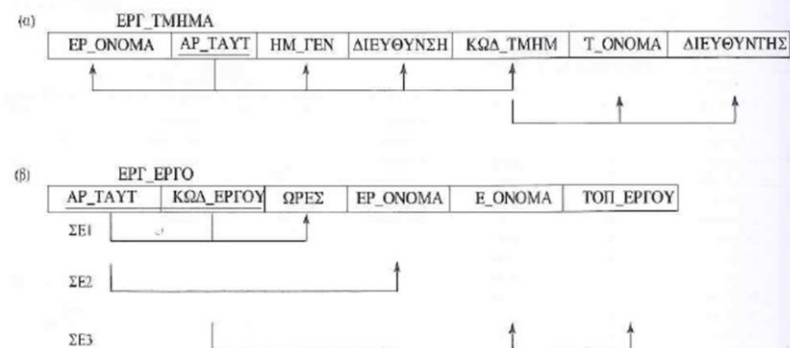
Ssn	Pnumber	Hours	Ename	Pname	Plocation
FD1					
FD2					
FD3					



Εικόνα 10.3 Δύο σχήματα σχέσεων και οι συναρτησιακές τους εξαρτήσεις. (α) Το σχήμα της σχέσης ΕΡΓ_ΤΜΗΜΑ. (β) Το σχήμα της σχέσης ΕΡΓ_ΕΡΓΟ.

ΕΡΓ_ΤΜΗΜΑ					Πλεονασμός	
ΕΡ_ΟΝΟΜΑ	ΑΡ_ΤΑΥΤ	ΗΜ_ΓΕΝ	ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ	ΚΩΔ_ΤΜΗΜ	Τ_ΟΝΟΜΑ	ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ
Smith,John B.	123456789	1965-01-09	731 Fondren, Houston,TX	5	Research	333445555
Wong,Franklin T.	333445555	1955-12-08	638 Voss, Houston,TX	5	Research	333445555
Zelaya,Alicia J.	999887777	1968-07-19	3321 Castle, Spring,TX	4	Administration	987654321
Wallace,Jennifer S.	987654321	1941-06-20	291 Berry, Bellaire,TX	4	Administration	987654321
Narayan,Remesh K.	666884444	1962-09-15	975 FireOak, Humble,TX	5	Research	333445555
English,Joyce A.	453453453	1972-07-31	5631 Rice, Houston,TX	5	Research	333445555
Jabbar,Ahmad V.	987987987	1969-03-29	980 Dallas, Houston,TX	4	Administration	987654321
Borg,James E.	888665555	1937-11-10	450 Stone, Houston,TX	1	Headquarters	987654321

ΕΡΓ_ΕΡΓΟ		Πλεονασμός		Πλεονασμός	
ΑΡ_ΤΑΥΤ	ΚΩΔ_ΕΡΓΟΥ	ΩΡΕΣ	ΕΡ_ΟΝΟΜΑ	Ε_ΟΝΟΜΑ	ΤΟΠ_ΕΡΓΟΥ
123456789	1	32.5	Smith,John B.	ProductX	Bellaire
123456789	2	7.5	Smith,John B.	ProductY	Sugarland
666884444	3	40.0	Narayan,Remesh K.	ProductZ	Houston
66688444	1	20.0	English,Joyce A.	ProductX	Bellaire
453453453	2	20.0	English,Joyce A.	ProductY	Sugarland
453453453	2	10.0	Wong,Franklin T.	ProductY	Sugarland
333445555	3	10.0	Wong,Franklin T.	ProductZ	Houston
333445555	10	10.0	Wong,Franklin T.	Computerization	Stafford
333445555	20	10.0	Wong,Franklin T.	Reorganization	Houston
999887777	30	30.0	Zelaya,Alicia J.	Newbenefits	Stafford
999887777	10	10.0	Zelaya,Alicia J.	Computerization	Stafford
987987987	10	35.0	Jabbar,Ahmad V.	Computerization	Stafford
987987987	30	5.0	Jabbar,Ahmad V.	Newbenefits	Stafford
987654321	30	20.0	Wallace,Jennifer S.	Newbenefits	Stafford
987654321	20	15.0	Wallace,Jennifer S.	Reorganization	Houston
888665555	20	null	Borg,James E.	Reorganization	Houston



Εικόνα 10.3 Δύο σχήματα σχέσεων και οι συναρτησιακές τους εξαρτήσεις. (α) Το σχήμα της σχέσης ΕΡΓ_ΤΜΗΜΑ. (β) Το σχήμα της σχέσης ΕΡΓ_ΕΡΓΟ.

Εικόνα 10.4 Παράδειγμα κατάστασης για τις ΕΡΓ_ΤΜΗΜΑ και ΕΡΓ_ΕΡΓΟ που προκύπτουν από εφαρμογή της φυσικής συνένωσης στις σχέσεις της Εικόνας 10.2. Για λόγους απόδοσης αυτές μπορούν να αποθηκευθούν σαν βασικές σχέσεις.

2.1 Ορισμός Συναρτησιακών Εξαρτήσεων

- Η $\Sigma E \ X \rightarrow Y$ ισχύει όταν κάθε φορά που δύο πλειάδες έχουν την ίδια τιμή για το X έχουν την ίδια τιμή και για το Y
 - Για κάθε πλειάδες $t1$ and $t2$ σε κάθε στιγμιότυπο $r(R)$: Αν $t1[X]=t2[X]$, τότε $t1[Y]=t2[Y]$
- Η $\Sigma E \ X \rightarrow Y$ στην σχέση R καθορίζει ένα περιορισμό σε όλα τα στιγμιότυπα ή καταστάσεις $r(R)$
- Οι ΣE εξάγονται από περιορισμούς που υπάρχουν στον πραγματικό κόσμο που αναπαριστούν τα γνωρίσματα.

1.1 Κανόνες Συμπερασμού για ΣΕ (1)

- **Ορισμός:** Μια ΣΕ $X \rightarrow Y$ συνάγεται από ένα σύνολο εξαρτήσεων F στο R εάν η $X \rightarrow Y$ ισχύει σε κάθε νόμιμη κατάσταση r της R ; Δηλ. όταν μια κατάσταση σχέσης r ικανοποιεί όλες τις εξαρτήσεις στο F , η $X \rightarrow Y$ ισχύει επίσης στο r .
- Αν μας δίνεται ένα σύνολο ΣΕ F , μπορούμε να εξάγουμε επιπλέον ΣΕ που ισχύουν αν ισχύουν οι ΣΕ του F .

Παραδείγματα Συμπερασμού

Αν έχουμε το ακόλουθο σύνολο Συναρτησιακών Εξαρτήσεων F

$$F = \{ AP_TAYT \rightarrow \{ EP_ONOMA, HM_GEN, ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ, ΚΩΔ_ΤΜΗΜ \}, \\ ΚΩΔ_ΤΜΗΜ \rightarrow \{ T_ONOMA, T_ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ \} \}$$

Μπορούμε να συνάγουμε και τις ακόλουθες ΣΕ

$$AP_TAYT \rightarrow \{ T_ONOMA, T_ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ \}$$

$$AP_TAYT \rightarrow AP_TAYT$$

$$ΚΩΔ_ΤΜΗΜ \rightarrow T_ONOMA$$

Κανόνες Συμπερασμού Συναρτησιακών Εξαρτήσεων(2)

- Οι κανόνες συμπερασμού του Armstrong:
 - ΚΣ1. (**Ανακλαστικός**) Αν Y υποσύνολο του X , τότε $X \rightarrow Y$
 - ΚΣ2. (**Επαυξητικός**) Αν $X \rightarrow Y$ τότε $XZ \rightarrow YZ$
 - (Σημείωση: XZ σημαίνει $X \cup Z$)
 - ΚΣ3. (**Μεταβατικός**) Αν $X \rightarrow Y$ και $Y \rightarrow Z$, τότε $X \rightarrow Z$
- Οι ΚΣ1, ΚΣ2, ΚΣ3 είναι ένα σύνολο κανόνων που είναι βάσιμοι και πλήρεις (sound and complete)
 - Οι κανόνες αυτοί ισχύουν πάντα και όλοι οι άλλοι κανόνες που ισχύουν μπορεί να εξαχθούν από αυτούς

Αποδείξεις Κανόνων Συμπερασμού

Απόδειξη του ΚΣ1. Υποθέστε ότι $X \supseteq Y$ και ότι υπάρχουν δύο πλειάδες t_1 και t_2 σε κάποιο στιγμιότυπο r της σχέσης R , τέτοιες ώστε $t_1[X]=t_2[X]$. Τότε θα είναι και $t_1[Y]=t_2[Y]$, διότι $X \supseteq Y$. Επομένως, η $X \rightarrow Y$ πρέπει να ισχύει στο r .

Απόδειξη του ΚΣ2 (με εις άτοπο επαγωγή). Υποθέστε ότι σε ένα στιγμιότυπο r της σχέσης R ισχύει η $X \rightarrow Y$ αλλά δεν ισχύει η $XZ \rightarrow YZ$. Τότε πρέπει να υπάρχουν δύο πλειάδες t_1 και t_2 στο r τέτοιες ώστε (1) $t_1[X]=t_2[X]$, (2) $t_1[Y]=t_2[Y]$, (3) $t_1[XZ]=t_2[XZ]$ και (4) $t_1[YZ] \neq t_2[YZ]$. Αυτό όμως δεν είναι δυνατόν διότι από τις (1) και (3) συνεπάγεται η (5) $t_1[Z]=t_2[Z]$ και από τις (2) και (5) συνεπάγεται η (6) $t_1[YZ]=t_2[YZ]$, που αντίκειται στην (4).

Απόδειξη του ΚΣ3. Υποθέστε ότι σε ένα στιγμιότυπο σχέσης r ισχύουν οι (1) $X \rightarrow Y$ και (2) $Y \rightarrow Z$. Τότε για κάθε ζεύγος πλειάδων t_1 και t_2 στο r τέτοιο ώστε $t_1[X]=t_2[X]$, πρέπει να ισχύει η (3) $t_1[Y]=t_2[Y]$ (από την υπόθεση (1)) και επομένως πρέπει να ισχύει επίσης η (4) $t_1[Z]=t_2[Z]$ (από την (3) και την υπόθεση (2)). Επομένως, πρέπει στο r να ισχύει $X \rightarrow Z$.

Κανόνες Συμπερασμού ΣΕ (3)

- Κάποιοι επιπλέον χρήσιμοι κανόνες:
 - **Διασπαστικός:** Αν $X \rightarrow YZ$, τότε $X \rightarrow Y$ και $X \rightarrow Z$
 - **Ενωτικός:** Αν $X \rightarrow Y$ και $X \rightarrow Z$, τότε $X \rightarrow YZ$
 - **Ψευδομεταβατικός:** Αν $X \rightarrow Y$ και $WY \rightarrow Z$ τότε $WX \rightarrow Z$
- Οι κανόνες αυτοί καθώς και οποιοιδήποτε άλλοι κανόνες μπορεί να εξαχθούν από τους τρεις κανόνες Armstrong (πληρότητα)

Κλειστότητα (Closure)

- **Η κλειστότητα (closure) ενός συνόλου F**
Συναρτησιακών Εξαρτήσεων είναι το σύνολο F^+ που περιέχει όλες τις ΣΕ που μπορούν να συναχθούν από το F
- **Η κλειστότητα (closure) ενός συνόλου γνωρισμάτων X ως προς το F** είναι το σύνολο X^+ όλων των γνωρισμάτων που είναι (συναρτησιακά) εξαρτώμενα από το X
- Το X^+ παράγεται με επαναληπτική εφαρμογή των κανόνων ΚΣ1, ΚΣ2, ΚΣ3 στις ΣΕ του F

Αλγόριθμος υπολογισμού κλειστότητας X

- **Input:** Ένα σύνολο F από ΣΕ σε ένα σχήμα σχέσης R , ένα σύνολο γνωρισμάτων X , που είναι υποσύνολο του R .

$X^+ := X;$

repeat

$\text{old}X^+ := X^+;$

 for each functional dependency $Y \rightarrow Z$ in F do

 if $X^+ \supseteq Y$ then $X^+ := X^+ \cup Z;$

until $(X^+ = \text{old}X^+);$

Παράδειγμα Υπολογισμού Κλειστότητας (1)

- Έστω ή Σχέση

CLASS (Classid, Course#, Instr_name, Credit_hrs, Text, Publisher, Classroom, Capacity).

- Και το σύνολο ΣΕ (FD) F:

(Οι συναρτησιακές εξαρτήσεις εκφράζουν την σημασία ορισμένων γνωρισμάτων και τη σχέση τους με άλλα γνωρίσματα)

FD1: Classid $\rightarrow$ Course#, Instr_name, Credit_hrs, Text, Publisher, Classroom, Capacity;

FD2: Course# $\rightarrow$ Credit_hrs;

FD3: {Course#, Instr_name} $\rightarrow$ Text, Classroom;

FD4: Text $\rightarrow$ Publisher

FD5: Classroom $\rightarrow$ Capacity

- Υπολογίστε τα {Classid}+, {Course#}+, {Course#,Instr_name}+

.

{Classid}+

$X^+ := \text{Classid}$

1^η Επανάληψη repeat

$\text{oldX}^+ := \text{Classid}$

 1^η Επανάληψη for

 για $Y \rightarrow Z = \Sigma E1$

$X^+ = \text{Classid}, \text{Course\#}, \text{Instr_name},$
 $\text{Credit_hrs}, \text{Text}, \text{Publisher},$
 $\text{Classroom}, \text{Capacity}$

 Οι επόμενες επαναλήψεις της for
 δεν αλλάζουν το X^+

2^η Επανάληψη repeat

 Δεν αλλάζει το X^+

Το $X^+ = \text{oldX}^+$

Εξοδος

$X^+ := X;$

repeat

$\text{oldX}^+ := X^+;$

 for each $Y \rightarrow Z$ in F do

 if $X^+ \supseteq Y$ then $X^+ := X^+ \cup Z;$

until $(X^+ = \text{oldX}^+);$

$F =$

$\Sigma E1 \text{ Classid} \rightarrow \text{Course\#}, \text{Instr_name},$
 $\text{Credit_hrs}, \text{Text}, \text{Publisher},$
 $\text{Classroom}, \text{Capacity};$

$\Sigma E2 \text{ Course\#} \rightarrow \text{Credit_hrs};$

$\Sigma E3 \{\text{Course\#}, \text{Instr_name}\} \rightarrow \text{Text},$
 $\text{Classroom};$

$\Sigma E4 \text{ Text} \rightarrow \text{Publisher}$

$\Sigma E5 \text{ Classroom} \rightarrow \text{Capacity}$

{Course#, Instr_name }+

$X^+ := \text{Course\#, Instr_name}$

1^η Επανάληψη repeat

$\text{oldX}^+ := \text{Course\#, Instr_name}$

 1^η Επανάληψη για $Y \rightarrow Z = \Sigma E2$

$X^+ := \text{Course\#, Instr_name,}$
 Credit_hrs

 2^η Επανάληψη για $Y \rightarrow Z = \Sigma E3$

$X^+ := \text{Course\#, Instr_name,}$
 $\text{Credit_hrs, Text, Classroom}$

 3^η Επανάληψη για $Y \rightarrow Z = \Sigma E4$

$X^+ := \text{Course\#, Instr_name,}$
 $\text{Credit_hrs, Text, Classroom,}$
 Publisher

$X^+ := X;$

repeat

$\text{oldX}^+ := X^+;$

 for each $Y \rightarrow Z$ in F do

 if $X^+ \supseteq Y$ then $X^+ := X^+ \cup Z;$

until $(X^+ = \text{oldX}^+);$

$F =$

$\Sigma E1 \text{ Classid} \rightarrow \text{Course\#, Instr_name,}$
 $\text{Credit_hrs, Text, Publisher,}$
 $\text{Classroom, Capacity};$

$\Sigma E2 \text{ Course\#} \rightarrow \text{Credit_hrs};$

$\Sigma E3 \{\text{Course\#, Instr_name}\} \rightarrow \text{Text,}$
 $\text{Classroom};$

$\Sigma E4 \text{ Text} \rightarrow \text{Publisher}$

$\Sigma E5 \text{ Classroom} \rightarrow \text{Capacity}$

{Course#, Instr_name }+

4^η Επανάληψη για $Y \rightarrow Z = \Sigma E5$

$X^+ :=$ Course#, Instr_name,
Credit_hrs, Text, Classroom,
Publisher, Capacity

2^η Επανάληψη repeat

Δεν αλλάζει το X^+

To $X^+ = \text{old}X^+$

Εξοδος

```
 $X^+ := X;$   
repeat  
   $\text{old}X^+ := X^+;$   
  for each  $Y \rightarrow Z$  in  $F$  do  
    if  $X^+ \supseteq Y$  then  $X^+ := X^+ \cup Z;$   
until  $(X^+ = \text{old}X^+);$ 
```

```
 $F =$   
 $\Sigma E1$  Classid  $\rightarrow$  Course#, Instr_name,  
      Credit_hrs, Text, Publisher,  
      Classroom, Capacity;  
 $\Sigma E2$  Course#  $\rightarrow$  Credit_hrs;  
 $\Sigma E3$  {Course#, Instr_name}  $\rightarrow$  Text,  
      Classroom;  
 $\Sigma E4$  Text  $\rightarrow$  Publisher  
 $\Sigma E5$  Classroom  $\rightarrow$  Capacity
```

Παράδειγμα υπολογισμού κλειστότητας (2)

- Οι κλειστότητες ορισμένων γνωρισμάτων ή συνόλων γνωρισμάτων:

$\{ \text{Classid} \}^+ = \{ \text{Classid}, \text{Course\#}, \text{Instr_name}, \text{Credit_hrs}, \text{Text}, \text{Publisher}, \text{Classroom}, \text{Capacity} \} = \text{CLASS}$

$\{ \text{Course\#} \}^+ = \{ \text{Course\#}, \text{Credit_hrs} \}$

$\{ \text{Course\#}, \text{Instr_name} \}^+ = \{ \text{Course\#}, \text{Instr_name}, \text{Credit_hrs}, \text{Text}, \text{Publisher}, \text{Classroom}, \text{Capacity} \}$

Παρατηρήστε ότι η κλειστότητα $\{ \text{Classid} \}^+$ είναι όλη η σχέση CLASS που σημαίνει ότι όλα τα γνωρίσματα της σχέσης εξαρτώνται από το Classid το οποίο φαίνεται να είναι ένα κλειδί.

1.2 Ισοδυναμία Συνόλων Συναρτησιακών Εξαρτήσεων

- Δύο σύνολα ΣΕ F και G είναι **ισοδύναμα** αν:
 - Κάθε ΣΕ στο F μπορεί να εξαχθεί από το G , και
 - Κάθε ΣΕ στο G μπορεί να εξαχθεί από το F
 - Έτσι, τα F και G είναι ισοδύναμα αν $F^+ = G^+$
- Ορισμός (**Καλύπτει**):
 - Το F **καλύπτει το** G αν κάθε ΣΕ στο G μπορεί να εξαχθεί από το F
 - (δηλ., αν το G^+ είναι υποσύνολο του F^+)
- Τα F και G είναι ισοδύναμα αν το F καλύπτει το G και το G καλύπτει το F

Έλεγχος Ισοδυναμίας Συνόλων ΣΕ

- Το F καλύπτει το E ;
 - Για κάθε $X \rightarrow Y$ στο E υπολογίζουμε την κλειστότητα του X^+ ως προς το F
 - Ελέγχουμε αν το Y ανήκει στο X^+ (ως προς το F)
 - Αν συμβαίνει για όλες τις ΣΕ του E τότε το F καλύπτει το E .

1.3 Υπολογισμός Ελάχιστου Καλύμματος Συναρτησιακών Εξαρτήσεων (1)

- Όπως ορίσαμε το σύνολο F^+ εφαρμόζοντας κανόνες συμπερασμού σε ένα σύνολο F , μπορούμε να σκεφτούμε στην αντίθετη κατεύθυνση για να βρούμε αν μπορούμε να το μειώσουμε σε ένα **ελάχιστο** σύνολο κανόνων που να εξακολουθεί να είναι ισοδύναμο με το F .
- **Ορισμός:** Ένα γνώρισμα σε μια συναρτησιακή εξάρτηση θεωρείται πλεονάζων (extraneous) αν μπορούμε να το αφαιρέσουμε χωρίς να αλλάξουμε την κλειστότητα του συνόλου των ΣΕ. Πιο τυπικά αν F , ένα σύνολο ΣΕ και $X \rightarrow A$ μια συναρτησιακή εξάρτηση στο F , το Y είναι πλεονάζων στο X αν το Y είναι υποσύνολο του X , and το F είναι ισοδύναμο με το $(F - (X \rightarrow A) \cup \{ (X - Y) \rightarrow A \})$

Ελάχιστα Σύνολα Συναρτησιακών Εξαρτήσεων (2)

- Ένα σύνολο ΣΕ είναι ελάχιστο αν ικανοποιεί τις ακόλουθες συνθήκες:
 1. Κάθε εξάρτηση στο F έχει ένα μόνο γνώρισμα στο δεξιό μέρος της.
 2. Δεν μπορούμε να αφαιρέσουμε κάποια συναρτησιακή εξάρτηση από το F και να πάρουμε ένα σύνολο εξαρτήσεων ισοδύναμο με το F .
 3. Δεν μπορούμε να αντικαταστήσουμε οποιαδήποτε εξάρτηση $X \rightarrow A$ στο F με μια εξάρτηση $Y \rightarrow A$, όπου το Y είναι γνήσιο υποσύνολο του X και να έχουμε ένα σύνολο ισοδύναμο με το F .

Ελάχιστα Σύνολα Συναρτησιακών Εξαρτήσεων (3)

- **Αλγόριθμος. Υπολογισμός Ελάχιστου Καλύμματος F ενός συνόλου Συναρτησιακών Εξαρτήσεων E**
 - **Input: Ένα σύνολο Συναρτησιακών Εξαρτήσεων E .**
- 1. Set $F := E$.
- 2. Αντικατέστησε κάθε συναρτησιακή εξάρτηση $X \rightarrow \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ στο F με n συναρτησιακές εξαρτήσεις $X \rightarrow A_1, X \rightarrow A_2, \dots, X \rightarrow A_n$.
- 3. Για κάθε συναρτησιακή εξάρτηση $X \rightarrow A$ στο F
 Για κάθε γνώρισμα B του X
 αν $\{ \{F - \{X \rightarrow A\} \} \cup \{ (X - \{B\}) \rightarrow A \} \}$ είναι ισοδύναμο με το F
 τότε αντικατέστησε το $X \rightarrow A$ με $(X - \{B\}) \rightarrow A$ in F .
- 4. Για κάθε συναρτησιακή εξάρτηση $X \rightarrow A$ στο F αν $\{F - \{X \rightarrow A\} \}$ είναι ισοδύναμο με το F , τότε αφάιρεσε το $X \rightarrow A$ από το F .

Παράδειγμα Υπολογισμού Ελάχιστου Καλύμματος(4)

Θέλουμε να βρούμε το Ελάχιστο Κάλυμμα του

$E : \{B \rightarrow A, D \rightarrow A, AB \rightarrow D\}$.

- Όλες οι εξαρτήσεις είναι σε κανονική μορφή; Ολοκληρώσαμε το Βήμα 1

Στο βήμα 2 θέλουμε να καθορίσουμε αν το $AB \rightarrow D$ έχει κάποιο πλεονάζων γνώρισμα, δηλ αν μπορεί να αντικατασταθεί από την $\Sigma E \ B \rightarrow D$ ή την $A \rightarrow D$?

- Εφόσον $B \rightarrow A$, επαυξάνοντας με το B έχουμε $BB \rightarrow AB$, ή $B \rightarrow AB$ (i). Όμως, $AB \rightarrow D$ όπως μας δίνεται (ii).

- Από (i) and (ii) με μεταβατικότητα παίρνουμε, $B \rightarrow D$. Έτσι η $AB \rightarrow D$ μπορεί να αντικατασταθεί από την $B \rightarrow D$ (Λόγω του ότι αν ισχύει η $B \rightarrow D$ θα ισχύει και η $AB \rightarrow D$ αφού $AB \rightarrow B$).

- Τώρα έχουμε ένα ισοδύναμο σύνολο $E' : \{B \rightarrow A, D \rightarrow A, B \rightarrow D\}$.

Δεν μπορούμε να μειώσουμε το σύνολο με το βήμα 2.

- Στο βήμα 3 ψάχνουμε για μια πλεονάζουσα ΣΕ στο E' . Χρησιμοποιώντας το μεταβατικό κανόνα στις $B \rightarrow D$ and $D \rightarrow A$, εξάγουμε την $B \rightarrow A$. Έτσι η $B \rightarrow A$ είναι πλεονάζουσα στο E' και μπορεί να αφαιρεθεί.

- Έτσι ένα ελάχιστο κάλυμμα του είναι το $\{B \rightarrow D, D \rightarrow A\}$.

Ελάχιστα Καλύμματα (5)

- Κάθε σύνολο ΣΕ έχει ένα ελάχιστο κάλυμμα.
- Μπορεί να υπάρχουν διάφορα ελάχιστα καλύμματα για ένα σύνολο F .
- Δεν υπάρχει απλός αλγόριθμος για το υπολογισμό ενός ελάχιστου καλύμματος για ένα σύνολο F .
- Για να δημιουργήσουμε μια σύνθεση σχέσεων ξεκινάμε από ένα ελάχιστο σύνολο ΣΕ.

Αλγόριθμος για την εύρεση ενός κλειδιού μιας σχέσης

- **Αλγόριθμος για την Εύρεση ενός κλειδιού K για την σχέση R , δεδομένου ενός συνόλου F Συναρτησιακών Εξαρτήσεων**
 - **Είσοδος:** Μια καθολική σχέση R και ένα σύνολο $\Sigma \in F$ στα γνωρίσματα της R .
- 1. $K := R$;
- 2. Για κάθε γνώρισμα A στο K {
 Υπολόγισε το $(K - A)^+$ ως προς το F ;
 Αν το $(K - A)^+$ περιέχει όλα τα γνωρίσματα του R ,
 τότε $K := K - \{A\}$;
}